

Kein Ärger mehr mit dem EM- Sammelalbum – dank Sammeltipps und Sammelbilderformel



Niklas, Sonja und Malte Braband

Gymnasium Neue Oberschule Braunschweig
Technische Universität Braunschweig

Mai 2016

Jeder kennt sie, viele Schüler sammeln mit, manche Eltern oder Lehrer schimpfen darüber: Sammelbilder gibt es zu vielen Themen: Tierbilder an der Supermarktkasse oder Fußballbilder jetzt wieder zur EM. Und es gibt viel Ärger mit ihnen, z.B. viele Doppelte, manche Bilder scheint man gar nicht zu bekommen, einige vermuten sogar Betrug bei den Herstellern, z.B. dass manche Bilder extra selten vorkommen, um das Geschäft anzukurbeln. Wir beschäftigen uns hier mit klassischen Sammelbildalben, bei denen alle Bilder gleich häufig vorkommen. Daneben gibt es noch sogenannte Trading Cards, z. B. Match Attax, bei denen es neben normalen Bildern seltene und extrem seltene Bilder gibt. Für diese gelten unsere Formeln und Tipps nur bedingt, hier muss man mit einem Vielfachen an Kosten im Vergleich zu den normalen Sammelbildalben rechnen.

Es gibt schon viele Sammeltipps, aber wir haben in unserer Jugend Forscht Arbeit erstmalig eine einfache Formel zur Berechnung der mittleren Kosten eines Sammelalbums nur mit einer Tabelle und den Grundrechenarten ermittelt. Sie ermöglicht es auch, die Sammeltipps auf den Prüfstand zu stellen und zu schauen, was sie wirklich bringen. Wir wollen deshalb hier ein paar Sammeltipps sowie die Formel vorstellen, damit das EM-Album so billig wie möglich wird.

Aber der Reihe nach: zuerst müssen wir das Sammelalbum genau untersuchen und die wichtigsten Größen ermitteln (alle Beispielwerte beziehen sich auf das aktuelle Panini-Album zur EM 2016). Man kauft die Bilder ja normalerweise nicht einzeln, sondern in Päckchen, in denen je P Bilder enthalten sind. Meistens bietet der Hersteller an, dass man später einmalig eine gewisse Anzahl von Bildern K (zu einem erhöhten Preis) nachkaufen kann, um das Album zu vervollständigen.

Gesamtanzahl der Sammelbilder (B)	680
Größe eines Päckchens (P)	5
Kosten eines Päckchens (p)	0,70€
Preis pro Sammelbild (p/P)	0,14€
Anzahl der Nachkaufbilder (K)	50
Preis eines Nachkaufbilds (b)	0,20€
Mehrkosten des Nachkaufbilds ($b-p/P$)	0,06€
Fairness (K/B)	7,4%

Vorab: Das Sammeln ist ein teures Hobby und wer dem Sammelfieber namens Paninimania verfällt, kann hier schnell sein Taschengeld und mehr loswerden. Denn auch wenn man totales Glück hätte und keine Doppelten bekäme (oder idealerweise immer sofort einen Tauschpartner für Doppelte), muss man ja mindestens $680 \times 0,14€ = 95,20€$ am Kiosk lassen. Das ist mindestens doppelt so teuer wie ein schöner Bildband, den man sich nach der EM kaufen könnte ... und in der Praxis wird es noch teurer, wie wir gleich sehen werden!

Ganz wichtig ist daher das Tauschen. Optimal ist es, mit mehreren Freunden gemeinsam zu sammeln und fair zu tauschen, d. h. ein Bild gegen ein anderes und immer, wenn man tauschen kann. Alle Freunde sammeln gemeinsam, bis alle Alben voll sind bzw. sie gemeinsam den Rest nachkaufen können. Man muss sich realistisch überlegen, wie viele wahre Sammel-Freunde F man zum Tauschen finden kann (inklusive dem Sammler selbst). Auch das Nachkaufen lohnt sich immer und sollte nur am Schluss gemacht werden, denn da lohnt es sich am meisten. Aber da man nur einmal pro Person nachkaufen kann, sollte man versuchen, weitere Nichtsammler zum Nachkaufen zu überreden. Hier soll N die Anzahl der gemeinsam gefundenen Nichtsammler sein. Es ist bekannt, dass man, wenn man ganz alleine ohne Tauschen oder Nachkaufen sammeln würde, für das EM Album im Durchschnitt etwa 4828 Bilder für etwa 676€ kaufen müsste!

Viele Bilder werden auch bei ebay angeboten. Man kann einfach nachvollziehen, wann sich das Kaufen von Bildern oft lohnt: wenn noch x Bilder fehlen, müsste man beim normalen Sammeln im Mittel B/x Bilder kaufen, um das nächste neue Bild zu bekommen. Wenn also B/x mal der Preis des Einzelbildes teurer ist als der Preis bei ebay (oder die Nachbestellung), dann lohnt es sich das Bild gleich zu kaufen als weiter zu sammeln. Beim EM-Album ist das Nachkaufen (ohne Porto etc.) etwa 43% teurer, also lohnt sich das Nachkaufen schon ab dem 204-ten Bild im Album. Erlaubt sind aber nur 50 Bilder!

So weit, so gut. Der wichtigste Parameter ist der Nachkaufprozentsatz K/B pro Sammler. Auch hier nehmen wir wieder an, dass sich alle Freunde zusammentun und fair teilen. Der gemeinsame Nachkaufprozentsatz für eine Sammelgemeinschaft berechnet sich zu

$$n = \frac{(F + N) K}{F \frac{K}{B}}$$

Die Größe K/B haben wir auch die Fairness eines Sammelalbums genannt, denn durch sie legt der Hersteller im Prinzip fest, wie teuer das Album für den Sammler wird. Je höher dieser Prozentsatz der Nachkaufbilder ist, desto billiger ist das Album für den Sammler (und damit fairer). Hiermit kann man sozusagen als Schnelltest verschiedene Alben vergleichen.

Jetzt kommen wir zum wesentlichen neuen Ergebnis unserer Arbeit. Zu diesem Nachkaufprozentsatz n und der Anzahl der Freunde F muss man den sogenannten Faktor f aus der folgenden Tabelle bestimmen.

Sammler F	Prozentsatz der Nachkaufbilder n					
	4%	8%	12%	16%	20%	24%
1	3,18	2,59	2,19	1,96	1,79	1,65
2	2,19	1,84	1,61	1,49	1,39	1,31
3	1,85	1,58	1,42	1,33	1,25	1,2
4	1,67	1,45	1,32	1,25	1,18	1,14
5	1,56	1,37	1,26	1,2	1,14	1,11
10	1,33	1,23	1,13	1,09	1,06	1,04
100	1,06	1,05	1,01	1	1	1

Das Neue daran ist, dass die Tabelle nicht von der Größe B des Sammelalbums abhängt (zumindest näherungsweise). Sonst hätte man für jedes Album eine eigene Tabelle gebraucht. Das ist so ähnlich wie mit den Winkelfunktionen in der Schule: der Sinus hängt ja auch nicht von der Fläche des Dreiecks ab, sondern nur vom Verhältnis der Seiten, egal wie groß das Dreieck ist. Normalerweise findet man den exakten Prozentsatz nicht direkt in der Tabelle. Dann kann man zwischen benachbarten Werten mitteln („interpolieren“). Aber meistens ist der Unterschied nicht so groß und man kann den Faktor auch einfach „Pi mal Daumen“ schätzen. Haben wir den Faktor f ermittelt, so ergibt sich die mittlere Anzahl der zu sammelnden Bilder, einfach zu $B \cdot f$.

Aber trocken ist alle Theorie, jetzt ein Beispiel zum Mitrechnen. Wir sammeln das EM-Album alleine ($F=1$, $N=0$). Der Nachkaufprozentsatz n ist dann etwa 7,4%. Wir schätzen aus der Tabelle den Wert 2,68 und damit wissen wir, dass wir im Mittel ungefähr $680 \times 2,68 = 1822$ Bilder sammeln müssen. Hätten wir einen Nichtsammler überredet, für uns nachzukaufen ($N=1$), dann wäre n etwa 14,8% sowie $f=2,03$ und wir müssten nur $680 \times 2,03 = 1382$ Bilder kaufen. Und hätten wir eine Sammelgemeinschaft mit 3 Freunden ($F=3$) gebildet, so wäre $f=1,62$ und jeder müsste im Mittel nur $680 \times 1,62 = 1102$ Bilder kaufen. Und wir sehen, dass wir den Faktor gar nicht so genau aus der Tabelle ermitteln müssen, denn ob wir 1,58 oder 1,62 verwenden, macht keinen großen Unterschied...

Aber was kostet der Spaß uns nun denn? Na ja, zuerst müssen wir die oben errechneten Bilder kaufen, jedes kostet $0,70\text{€}/5 = 0,14\text{€}$. Das heißt, der Einzelsammler muss $1822 \times 0,14\text{€}$, d. h. etwa 255€ zahlen. Wenn er einen Nichtsammler überredet, wären es noch etwa 193€. Und in der Sammelgemeinschaft zu dritt zahlt jeder etwa 154€. Aber es fehlen noch die Nachkaufbilder. In unserem Ansatz sind sie zwar berücksichtigt, aber nur mit dem einfachen Preis, d. h. wir müssen jetzt noch für jedes Nachkaufbild die Mehrkosten von 0,06€ hinzurechnen. Wenn wir Nichtsammler dabei haben, müssen wir deren Bilder auch noch mitbezahlen (bei Sammelgemeinschaften anteilig). Aber das macht nicht mehr viel aus, für einen Sammler nur 3€. Und da natürlich hier auch noch der Zufall mächtig im Spiel ist, können wir den Aufpreis auch erst mal vernachlässigen. Genauso haben wir übrigens das Porto für die Nachkaufbilder vernachlässigt oder den Preis des leeren Sammelalbums.

In unserer Wettbewerbsarbeit haben wir noch mehr gemacht, z. B. eine ähnliche Tabelle und Formel für die Streuung aufgestellt. Das ist aber etwas komplizierter und man braucht dann schon Wurzelrechnung oder Logarithmen. Aber man kann dann so interessante Aussagen erhalten wie: „95% der Einzelsammler müssen für das EM-Album zwischen 233€ und 278€ ausgeben“. Für eine Sammelgemeinschaft mit 3 Freunden, die jeder einen Nichtsammler ausnutzen, wären das übrigens nur zwischen 124€ und 149€.

Kann man jetzt noch billiger davonkommen? Ja, wenn man sich zu Anfang ein sogenanntes Display kauft, das ist eine Packung für den Handel, bei der EM mit 100 Päckchen, also 500 Bildern. Erstens sind die Päckchen etwas billiger als einzeln gekauft (ca. 50€ statt 70€), und zweitens haben wir in unserer Arbeit nachgewiesen, dass Panini die Bilder in den Päckchen bei der Produktion nicht wirklich zufällig mischt. Bei der Verpackung entstehen vom Zufall stark abweichende „Muster“, die sich auswirken, wenn man nacheinander produzierte Päckchen wie im Display kaufen kann. Dies ist aber kein Betrug, sondern im Gegenteil ein Vorteil für den Sammler, denn es kommen in den Displays weniger Doppelte vor als wenn man Einzelpäckchen kauft. Beim Kauf von zwei Displays besteht allerdings ein hohes Risiko, dass sich der Vorteil wieder aufhebt oder man sogar schlechter dabei wegkommen kann. Erst, wenn man viele Displays kauft, ist es auf jeden Fall vorteilhaft. Der Vorteil ist allerdings kompliziert zu bestimmen und er ist bei jeder Serie anders. Man muss wissen, wie viel weniger Doppelte in Displays vorkommen, als wenn man die Päckchen einzeln gekauft hätte. Für die EM-Serie haben aus den Rezensionen bei Amazon ermittelt, dass im Schnitt nur 44 Doppelte in den Displays sind (statt 146 erwarteten bei zufälliger Mischung). D. h. man spart ca. 20€ für das Display und spart im Schnitt nochmal ca. 100 Doppelte. Wieviel das Kaufen eines Displays genau spart, ist etwas komplizierter zu berechnen (daran arbeiten wir noch) aber es sind im Schnitt wenigstens nochmal 14€.

Mit der Formel lassen sich noch viele interessante Untersuchungen durchführen, z. B. was würde das Album kosten, wenn Panini nicht die Preise für die Bilder erhöht hätte? Oder was wäre, wenn in einem Display keine Doppelten vorkämen?

Zusammengefasst hier unsere Sammeltipps

1. Bildet eine Sammelgemeinschaft und tauscht untereinander fair.
2. Überredet möglichst viele Nichtsammler, für euch nachzukaufen.
3. Kauft zuerst jeder ein Display, aber nur eins.
4. Kauft dann solange Päckchen und tauscht, z. B. auch in (Internet-)Tauschbörsen, bis ihr die restlichen Bilder gemeinsam beim Hersteller nachkaufen könnt.
5. Nutzt unsere Sammelformel, um die Kosten vorher einschätzen zu können. Aber seid euch bewusst, dass der Zufall trotzdem noch eine große Rolle spielt (so etwa +/- 10%) und die Formel nur den Mittelwert berechnet.

Und wer es noch genauer wissen will, und z. B. auch die Streuung berechnen oder noch mehr Hintergrundwissen haben möchte, kann hier unsere Originalarbeiten lesen:

<http://arxiv.org/abs/1504.00296>

<http://arxiv.org/abs/1603.03008>

